

# SISTEMAS DE CONTROL AVANZADO – Primer Coloquio – 2006

Nombre y Apellido:

Nota:

Nro. Hojas:

---

1. Para las ecuaciones de estado de un sistema no lineal:  $\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(t)x_2(t) + 1 \\ x_1(t) + x_2^3(t) \end{pmatrix}$

- (a) Halle todos los puntos de equilibrio
- (b) Linealice las ecuaciones de estado del sistema en torno a cada punto de equilibrio y clasifíquelos.
- (c) Halle en cada caso el o los autovectores correspondientes y esquematice las trayectorias de estado posible.
- (d) Analice si es factible extender las conclusiones al sistema no lineal.

2. Preguntas

- (a) Comente las ventajas que tiene la realimentación de estados en la asignación de polos de lazo cerrado en comparación con el método clásico del lugar de las raíces.
- (b) Dé algunos ejemplos para los que usted utilizaría un regulador diseñado por reubicación de polos.
- (c) Invente alguna técnica de asignación de polos en sistemas discretos (explicarla con palabras o gráficos), por ejemplo, haciendo consideraciones sobre el amortiguamiento de los polos, o que todos tengan parte real positiva o estén circunscriptos a una distancia predeterminada del círculo unitario, etc. ¿Cuáles situaciones evitaría? ¿Por qué?

3. Un sistema representado por las ecuaciones de estado

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

se realimenta con

$$u(t) = -\begin{bmatrix} \frac{16}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

- (a) Determine cómo se modifican los autovalores del sistema debido a la realimentación de estados. ¿Garantiza esto que el sistema sea controlable?
- (b) Halle una matriz de transición de estados del sistema realimentado  $\phi(t) = e^{(A-bK)t}$  pasando previamente a la forma de Jordan.

4. Sea  $(\Phi_i, \Gamma_i, c_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$  tres sistemas de orden  $n$ . En particular, el sistema  $i$  está dado por

$$\begin{aligned} x_i[k+1] &= \Phi_i x_i[k] + \Gamma_i u[k] \\ y[k] &= c_i x_i[k] \end{aligned}$$

El sistema 2 está relacionado con el sistema 1 a través de una transformación lineal  $T_1$  (que tiene inversa) de la siguiente manera  $x_1[k] = T_1 x_2[k]$  y el sistema 3 está relacionado con el sistema 2 a través de una transformación lineal  $T_2$  dada por  $x_2[k] = T_2 x_3[k]$  que también tiene inversa. Muestre cómo quedan las matrices  $\Phi_2, \Gamma_2, c_2$  y  $\Phi_3, \Gamma_3, c_3$  en función de las matrices  $\Phi_1, \Gamma_1, c_1, T_1, T_2$ .

5. Sean los siguientes sistemas

$$x[k+1] = \Phi x[k] + \Gamma u[k] \quad \text{y} \quad \bar{x}[k+1] = \bar{\Phi} \bar{x}[k] + \bar{\Gamma} u[k]$$

donde  $(\bar{\Phi}, \bar{\Gamma})$  es la realización en la forma canónica de control y  $(\Phi, \Gamma)$  es una realización arbitraria. Si ambas realizaciones están relacionadas por  $\bar{x}[k] = T_c x[k]$ , muestre que sus matrices de controlabilidad se relacionan de la siguiente manera  $\bar{W}_c = T_c W_c$ .